www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

Concours National d'admission 1990

OPTION TECHNOLOGIQUE

MATHÉMATIQUES

DURÉE : 4 heures

Avec ce sujet seront distribuées trois feuilles de papier millimétré.

Attention : — Il ne sera pas fourni de feuilles supplémentaires.

L'utilisation de papiers graphiques ou de tables apportés par le candidat sera assimilée à une tentative de fraude.

Il est rappelé aux candidats qu'une pénalisation d'un maximum de 2 points (sur 20) sanctionnera le manque de soin apporté à la présentation des copies (fautes d'orthographe, copie peu lisible, ...).

Les candidats doivent impérativement respecter la précision demandée dans les résultats numériques.

EXERCICE I (*sur 7 points*)

Soit la fonction f de $]-1, +\infty[$ dans $\mathbf{R}$ définie par :

$$\forall x \in]-1, +\infty[, \quad f(x) = \ln(2x+2) + \ln(3x+6) - \ln(x+3) - \ln(x+4)$$

où ln désigne le logarithme népérien.

1° Démontrer que f admet, en $+\infty$, une limite a.

2° Étudier les variations et donner le tableau de variation de f.

3° Résoudre dans $]-1, +\infty[$ l'équation : $f(x) = 0$.

4° Dessiner, sur papier millimétré, la courbe représentative de f : on prendra, en abscisse, l'unité égale à 5 mm et, en ordonnée, l'unité égale à 5 cm; on placera nécessairement les points d'abscisses 10, 20, 30, 40.

5° Résoudre dans $]-1, +\infty[$ l'inéquation : $f(x) \geqslant a - 0{,}1$ et donner une valeur approchée à 0,1 près par excès du plus petit réel b solution de cette inéquation. Vérifier graphiquement le résultat obtenu.

6° *a*) Soit c un réel strictement positif.

Calculer l'intégrale $I = \int_0^{10} \ln(x+c)\,dx$ en fonction de c.

b) En déduire l'intégrale $J = \int_0^{10} f(x)\,dx$ et donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

EXERCICE II (*sur 13 points*)

On s'intéresse à une société qui fabrique différents modules électroniques M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 à l'aide de robots programmables.

PARTIE I

Une étude statistique portant sur le nombre de modules M_1 commandés par jour à cette société a fourni la distribution suivante :

n	s_n
0	0
1	1
2	3
3	8
4	12
5	13
6	16
7	12
8	13
9	9
10	5
11	5
12	2
13	1

Dans ce tableau, n désigne le nombre de modules M_1 commandés et s_n le nombre de jours pour lesquels le nombre de modules M_1 commandés est égal à n.

Tournez la page S.V.P.

1° Quelles sont la moyenne et la variance de la statistique (n, s_n)?

2° On pose : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = e^{-\lambda}\frac{\lambda^n}{n!}$ et $v_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ avec $\lambda = 6{,}51$.

On pose également : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad w_n = \frac{1}{100}\sum_{k=0}^{n} s_k = \frac{1}{100}(s_0 + s_1 + \ldots + s_n)$ (les réels w_n sont donc les fréquences cumulées croissantes de la série (n, s_n)).

Les valeurs de u_n et de v_n arrondies à 0,0001 près au plus proche pour $0 \leqslant n \leqslant 13$ sont données dans le tableau suivant :

n	u_n	v_n
0	0,0015	0,0015
1	0,0097	0,0112
2	0,0315	0,0427
3	0,0684	0,1112
4	0,1114	0,2226
5	0,1450	0,3676
6	0,1574	0,5249
7	0,1463	0,6713
8	0,1191	0,7904
9	0,0861	0,8765
10	0,0561	0,9326
11	0,0332	0,9658
12	0,0180	0,9838
13	0,0090	0,9928

a) Représenter, sur papier millimétré, le nuage de points $P_n(v_n, w_n)$; on prendra l'unité égale à 10 cm.

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre v et w.

c) Déterminer l'équation de la droite de régression de w en v et tracer cette droite en précisant, au préalable, les coordonnées de deux de ses points.

N.B. : Les calculs seront présentés sous forme de tableaux; les résultats seront arrondis, au plus proche, à 0,001 près et on citera toutes les formules utilisées.

PARTIE II

Dans cette partie, on désigne par D la variable aléatoire égale au nombre de demandes journalières de modules M_1 et on suppose que D suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 6{,}51$. On suppose également que chaque robot produit un module M_1 par jour.

1° Déterminer le plus petit entier n tel que : $p(D \leqslant n) \geqslant 0{,}95$.

2° On décide de faire travailler 12 robots par jour. De plus, l'expérience a montré que la probabilité qu'un robot fonctionne un jour donné est 0,7 et, en outre, les robots fonctionnent indépendamment les uns des autres. Soit N la variable aléatoire égale au nombre de robots qui, parmi les douze, fonctionnent un jour donné.

a) Quelle est la loi de N? Calculer à 10^{-5} près au plus proche les probabilités $p(N = k)$ pour toutes les valeurs possibles de k.

b) On suppose que D et N sont indépendantes. Calculer à 10^{-3} près au plus proche la probabilité de satisfaire la demande journalière en modules M_1.

Tournez la page S.V.P.

PARTIE III

Les robots utilisés par la société peuvent réaliser 5 types de modules M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 à partir de 3 composants électroniques C_1, C_2 et C_3.
On note : c_i le nombre de composants C_i dont dispose chaque robot chaque semaine
m_i le nombre de modules M_i produits par chaque robot chaque semaine
et on suppose que chaque robot doit être programmé de manière à épuiser le stock de composants dont il dispose.
La fabrication d'un module M_1 nécessite 1 composant C_1, 1 composant C_2 et 2 composants C_3.
La fabrication d'un module M_2 nécessite 2 composants C_2 et 2 composants C_3.
La fabrication d'un module M_3 nécessite 4 composants C_1, 1 composant C_2 et 3 composants C_3.
La fabrication d'un module M_4 nécessite 6 composants C_1, 1 composant C_2 et 5 composants C_3.
La fabrication d'un module M_5 nécessite 1 composant C_1 et 3 composants C_2.

1° Écrire le système d'équations linéaires liant m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 et c_1, c_2, c_3.

2° Lorsque $c_1 = 34$, $c_2 = 26$ et $c_3 = 44$, en déduire le système linéaire (S) satisfait par m_1, m_2, m_3 en prenant m_4 et m_5 comme paramètres.

3° Résoudre le système (S) par la méthode du pivot de Gauss.

4° Représenter graphiquement sur une feuille de papier millimétré le domaine Δ du plan dont les coordonnées (m_4, m_5) vérifient les inéquations :

$$m_1 \geqslant 0, \quad m_2 \geqslant 0, \quad m_3 \geqslant 0, \quad m_4 \geqslant 0, \quad m_5 \geqslant 0.$$

On prendra un repère orthonormé avec des vecteurs unitaires de 4 cm et on tracera en noir les segments « frontières » du domaine Δ.

5° Le mot « écu » désignant l'unité monétaire, on sait que la vente de
- un module M_1 rapporte un bénéfice de 1 écu;
- un module M_2 rapporte un bénéfice de 4 écus;
- un module M_3 rapporte un bénéfice de 1 écu;
- un module M_4 rapporte un bénéfice de 2 écus;
- un module M_5 rapporte un bénéfice de 4 écus;

a) Calculer en fonction de m_4 et m_5 le bénéfice hebdomadaire B.

b) Dessiner, sur le graphique de la question 4°, les droites correspondant à un bénéfice respectif de 24 écus, 30 écus et 40 écus.

c) Déterminer graphiquement le point du domaine Δ pour lequel le bénéfice B est maximum; préciser la valeur de ce bénéfice ainsi que les valeurs correspondantes de m_1, m_2, m_3, m_4, m_5.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail